Sia $f : [a,b] \to \mathbb{R}$

- CONTINUA
- INVERTIBILE

allora l'inversa di f è continua (su $f([a,b])$)

Teo (di continuità della funzione inversa)

Sia $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$

- continua
- invertibile.

Allora l'inversa di f è continua (su $f([a,b])$).

<u>Dim</u> Poiché f è continua e invertibile, l'esercizio di pag 18 appena fatto garantisce che f è o strettamente crescente o strettamente decrescente. Supponiamo ad esempio che f sia strettamente crescente. Dunque $f(a) < f(b)$, e

$$f([a,b]) = [f(a), f(b)]$$

poiché $\min f = f(a)$
$\max f = f(b)$

e f, essendo continua, ha per immagine $[f(a), f(b)]$ (teo valori intermedi, pag 1 lezione 23).

Dunque

$$f : [a,b] \longrightarrow [f(a), f(b)]$$

continua, strett. crescente e invertibile

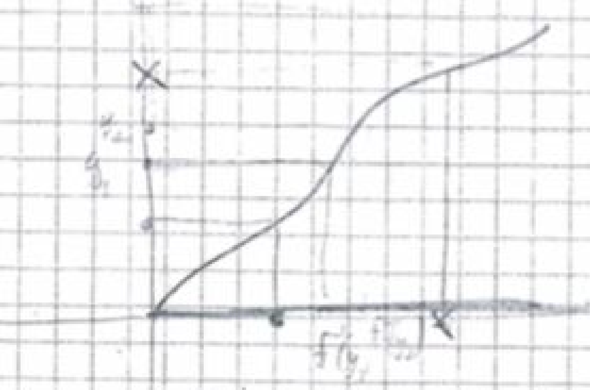
Sia f^{-1} l'inversa di f (non c'entra niente con $\frac{1}{f}$)

$f^{-1} : [f(a), f(b)] \longrightarrow [a,b]$. Dico che f^{-1} è strett. crescente, cioè

$$y_1, y_2 \in [f(a), f(b)]$$

$$y_1 < y_2$$

$$\overset{?}{\Longrightarrow} f^{-1}(y_1) < f^{-1}(y_2)$$



$$f(f^{-1}(y_1)) = y_1$$

$$f(f^{-1}(y_2)) = y_2$$ ... casa

Deduco $f^{-1} : [f(a), f(b)] \longrightarrow [a,b]$, $\mathrm{Im} f^{-1} = [a,b]$ e f^{-1} è strett. crescente. Applicando il teo pag 16 lezione 23 a f^{-1}, si deduce f^{-1} continua. $\square$